

# Klasické a kvantové systémy neinteragujících částic, ideální plyny

fázový prostor = prostor všech fyzikálních stavů

z hlediska teoretické mechaniky – ve fáz. prostoru pracuje Hamiltonův formalismus

termodinamicky – fáz. prostor je diagram ukazující různé oblasti stability fází

termodinamického systému, fáz. prostor je parametrizován např. teplotou či

tlakem

rozdělovací funkce = charakteristika zastoupení různých stavů v systému

## • Maxwell-Boltzmannovo rozdělení

Popisuje ve statistické fyzice systémy **N neinteragujících klasických, tedy rozlišitelných částic**.

Nemusíme tedy uvažovat kvantování fázového prostoru ani spinovou závislost statistiky.

Energetické hladiny pro všechny částice jsou totožné.

rozdělovací funkce (střední počet částic ve stavu s energií E):

$$f_{MB}(E) = e^{-\frac{E-\mu}{k_B T}} \quad (1)$$

kde E je energie,  $\mu$  chemický potenciál,  $k_B$  Boltzmannova konstanta, T termodynamická teplota.

limita vysokých teplot – všechny stavy jsou stejně pravděpodobné

limita nízkých teplot – je obsazen pouze základní stav s nejnižší energií

Rozdělení pravděpodobností obsazení jednotlivých energetických hladin v rovnováze:

$$P_j^* = \frac{e^{-E_j/(k_B T)}}{\sum_{j=0}^{\infty} e^{-E_j/(k_B T)}} = \frac{n_j^*}{N} \quad (2)$$

kde  $n_j^*$  je počet částic, které v rovnováze naleznou na j-té hladině s energií  $E_j$ . Celkově jde

tedy o relativní počet částic na j-té hladině. Čitatel je Max-Boltzm. rozdělení pro

neinteragující částice a jmenovatel je stavová suma, tedy suma všech existujících stavů systému.

## • Bose-Einsteinovo rozdělení

Popisuje **systémy složené z bosonů** = nerozlišitelné částice s celočíselným spinem a symetrickou  $\Psi$ , např. **fotony**.

U bosonů platí – v jednom stavu může být libovolný počet částic, tedy částice mohou mít zcela totožná všechna kvantová čísla.

rozdělovací funkce (střední počet bosonů, které obsadí stav s energií  $E_{\vec{k}}$ , kde  $\vec{k}$  je vlnový vektor částice):

$$f_{BE}(E_{\vec{k}}) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_{\vec{k}}-\mu}{k_B T}\right)-1} \quad (3)$$

limita vysokých teplot – vychází Maxwell-Boltzmannovo rozdělení

## • Fermi-Diracovo rozdělení

Popisuje **systémy složené z fermionů** = nerozlišitelné částice s poločíselným spinem, například **elektrony a protony**

V jednom stavu popsaném systémem kvantových čísel může být pouze jedna jediná částice.

rozdělovací funkce = střední počet částic v orbitálním stavu s vlnovým vektorem  $\vec{k}$  (kv. čísla l,m)

protože v tom stavu může být max jedna částice, vyjadřuje to taky pravděpodobnost, že v orbitálním stavu bude 1 fermion

$$f_{FD}(E_{\vec{k}}) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_{\vec{k}} - \mu}{k_B T}\right) + 1} \quad (4)$$

- **Ideální plyn**

= plyn jehož vnitřní energie U nezávisí na tlaku ani objemu, pouze na teplotě ano  
Zanedbáváme objemy částic a interakce mezi nimi

Stavová rovnice ideálního plynu:

$$U = \frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}RnT; P(T, V) = \frac{RT}{V} \quad (5)$$

R je plynová konstanta, n počet částic

Skutečnosti lépe odpovídá Van der Waalsův plyn:

$$U(T, V) = cRT - \frac{a}{V}; P(T, V) = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \quad (6)$$

kde a je působení přitažlivých sil mezi molekulami, b je konečný objem, na který lze plyn stlačit.